



DETERMINAÇÃO DA DIFUSIVIDADE TÉRMICA UTILIZANDO UM SINAL PERIÓDICO

Celso Rosendo Bezerra Filho

Universidade Federal da Paraíba, Departamento de Engenharia Mecânica
Rua Aprígio Veloso, 882 Campina Grande, PB, Brasil CEP 58109-970

Sandro Metrevelle Marcondes de Lima e Silva

Universidade Federal de Uberlândia; Departamento de Engenharia Mecânica
Campus Santa Monica, Uberlândia, Minas Gerais, Brasil, CEP 38400-089

Michel Laurent

Centre de Thermique de Lyon
20, Av. Albert Einstein Bât. 404, Villeurbanne, France CEP 69621

Martim Raynaud

Centre de Thermique de Lyon
20, Av. Albert Einstein Bât. 404, Villeurbanne, France CEP 69621

***Resumo.** O conhecimento das propriedades térmicas dos materiais utilizados na engenharia é extremamente importante para realização de projetos nas mais diversas áreas de conhecimento. Uma propriedade termofísica de grande relevância é a difusividade térmica. Apresenta-se neste artigo uma técnica, originalmente desenvolvida por Angstrom, para medida da difusividade térmica que utiliza um sinal periódico. Para atingir nosso objetivo, um dispositivo experimental foi construído afim de obter, através de um processo de identificação, as amplitudes e fases dos sinais periódicos fornecidos por termopares instalados em diferentes posições de um corpo de prova. Adotando-se um ponto como referência, a relação de amplitude e a defasagem entre um ponto qualquer e o ponto de referência é determinada. Estes resultados são então utilizados para identificar a difusividade térmica. Afim de comparar os valores obtidos para difusividade térmica identificada a partir do sinal periódico, realiza-se também a medição da mesma pelo método flash. A comparação da difusividade obtida pelos dois métodos apresenta uma boa concordância, dentro da faixa de incertezas das medidas.*

***Palavras-chave:** Difusividade, Propriedades termofísicas, Regime periódico*

1. INTRODUÇÃO

A difusividade térmica, a (m^2/s), é definida através da relação:

$$a = \frac{\lambda}{\rho c} \quad (1)$$

onde λ , ρ e c são respectivamente a condutividade térmica (W/mK), a massa específica (kg/m³) e o calor específico (J/kgK) do material. Fisicamente, esta propriedade representa a relação entre a quantidade de energia que o meio pode transferir e a quantidade de energia que o mesmo pode armazenar. O conhecimento preciso desta propriedade é importante, por exemplo, em problemas de condução de calor em regime transiente.

Apresenta-se neste trabalho uma técnica de obtenção da difusividade térmica que utiliza um sinal térmico periódico, descrevendo para tanto, o dispositivo experimental e o modelo matemático utilizados.

2. DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

Afim de realizar medidas precisas da difusividade térmica utilizando um sinal térmico periódico de frequência elevada, entre 0.01 Hz e 0.250 Hz, construímos um dispositivo experimental, cuja descrição e detalhes são apresentados à seguir. Uma visão geral do dispositivo é mostrada na Fig. 1.

Para melhor explicar o funcionamento do dispositivo experimental que foi construído no CETHIL (Centre de Thermique de Lyon), vamos dividi-lo em cinco partes: sistema de aplicação da carga mecânica, sistema de aquecimento, sistema de produção do vácuo, sistema de aquisição e amostra.

O sistema de aplicação da carga é constituído por um cilindro pneumático. A força aplicada por este cilindro é mantida constante por um válvula reguladora de pressão e medida por um captor de força (12) situado entre a extremidade do eixo do cilindro pneumático e o isolante (11).

O sistema de aquecimento é constituído do aquecedor (10) e de uma fonte de alimentação estabilizada (4). O aquecedor é feito de um disco de níquel de 42 mm de diâmetro e 4 mm de espessura. Dentro deste disco de níquel foi feita uma cavidade de 3.2 mm de profundidade, onde foi colocada uma resistência elétrica feita com fio "thermocoax" e bobinada em dupla espiral, afim de eliminar os efeitos de correntes parasitas provocadas pelo fenômeno de indução elétrica. A resistência foi soldada no interior da cavidade do disco e os espaços livres foram preenchidos com uma liga de cobre. O conjunto foi então usinado afim de ter uma superfície plana e garantir um bom contato entre o aquecedor e a amostra. Para evitar as perdas pela parte superior do aquecedor, um isolante (11) feito de Vespel ($\lambda=0.47$ W/mK) é colocado entre o aquecedor e o captor de força.

Para produzir uma potência periódica com frequência variável, utilizamos uma fonte de alimentação estabilizada (4) controlada por um programa de computador (2) feito em Viewdac. Com este programa, comanda-se uma tensão retificada para alimentação, a qual fornece a tensão, V (volts), para o aquecedor dada por:

$$V = V_m | \cos(\omega_e t) | \quad (2)$$

onde V_m é a amplitude de tensão (volts), ω_e é a frequência elétrica (rad/s) e t é o tempo (s). Com esta tensão tem-se uma potência elétrica periódica, P_e (W), produzida no aquecedor dada por:

$$P_e = P_m [1 + \cos(\omega t)] \quad (3)$$

onde P_m é a potência média (W) e ω é a frequência térmica (rad/s), que é o dobro da frequência elétrica.

O sistema de refrigeração é constituído de um cryothermostato (banho regulador de temperatura) (1) que mantém a temperatura do fluido de refrigeração (água) aproximadamente constante, com uma variação de mais ou menos 0.1 °C. Este fluido absorve o calor que atravessa a amostra em teste.

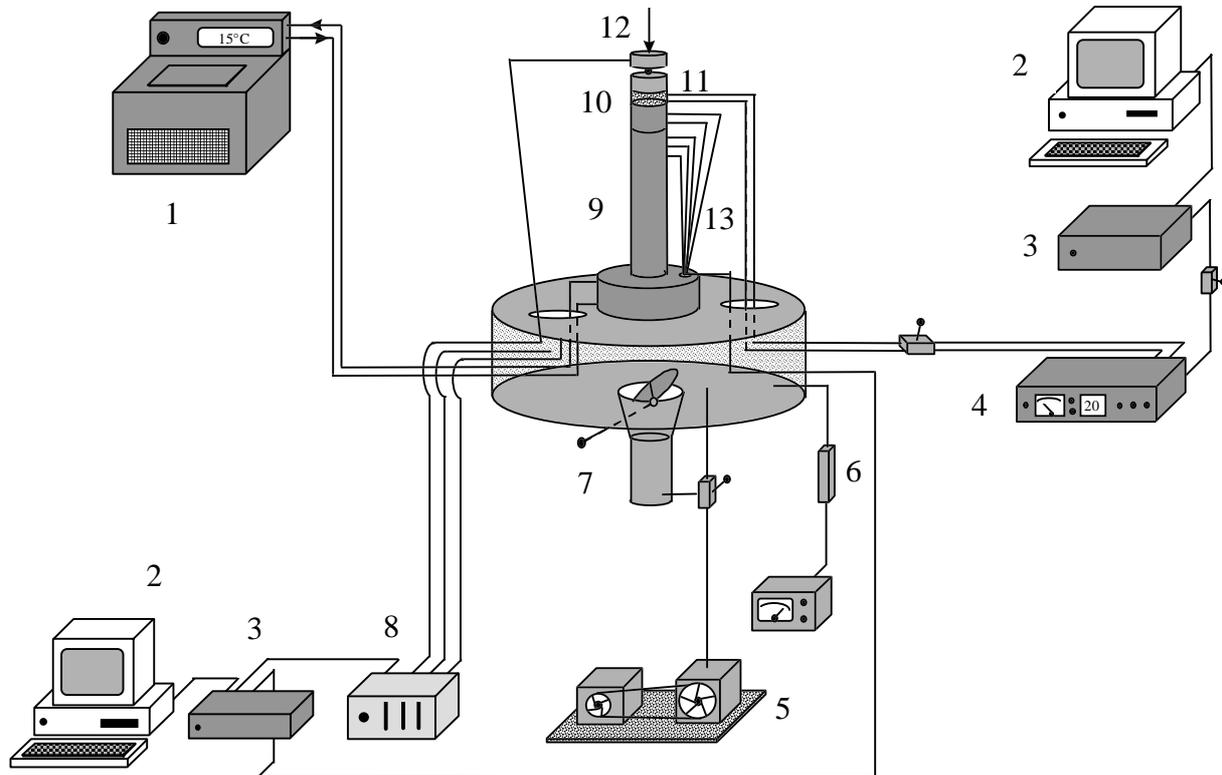


Figura 1. Dispositivo experimental

O sistema de vácuo é constituído de uma bomba de palhetas (5) que produz o vácuo dentro de um grande cilindro de vidro, onde é colocada a amostra para o ensaio. Este vácuo, da ordem de 3 Pa, é medido com um manômetro de vácuo tipo Pirani (6).

O sistema de aquisição é constituído de duas unidades Keithley K500/575 (3). Uma das unidades é utilizada para geração da potência periódica enquanto a outra é utilizada para aquisição das tensões registradas pelos termopares. A resolução máxima teórica da carta de aquisição de temperaturas é de 1.5 μ V (0.04°C) para termopares do tipo K.

A amostra testada é um cilindro de cobre comercial com 42 mm de diâmetro e 100 mm de altura. Como o cobre é um ótimo condutor de calor poderemos trabalhar com frequências elevadas, pois, o amortecimento das variações de temperatura ao longo da amostra é pequeno e conseqüentemente teremos um sinal mensurável nas diversas posições onde os termopares são instalados.

Para medir as evoluções de temperatura na amostra, sete termopares tipo K (cromel-alumel) (13) de 80 μ m de diâmetro são soldados sobre a mesma por descarga capacitiva. Esta técnica tem a vantagem de assegurar um contato perfeito entre os termopares e os pontos onde desejamos medir as temperaturas e de reduzir o tempo de resposta que poderiam provir da presença de uma resistência de contato entre os termopares e a amostra.

A relação entre a temperatura em °C e a tensão em μV do termopar tipo K é linear na faixa de temperatura que trabalhamos (inferior à 60°C), de tal forma que poderemos utilizar diretamente as tensões medidas no modelo.

Para soldar os termopares fizemos uma niquelagem sobre a amostra. Cada um dos fios do termopar é soldado de maneira independente sobre o cilindro. Como as duas junções estão a mesma temperatura, o material intermediário não modifica a temperatura medida (Fig. 2). Este dispositivo experimental permitirá obter as razões de amplitudes e as defasagens necessárias ao modelo apresentado à seguir para identificação da difusividade.

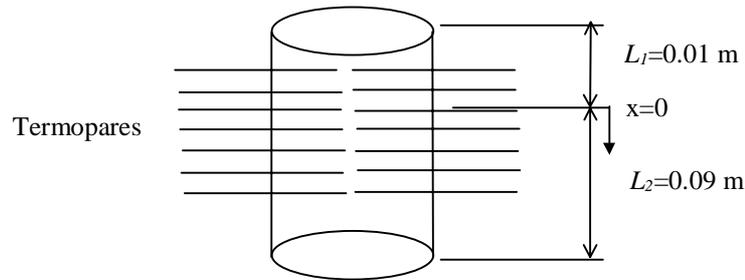


Figura 2

3. MODELO

O objetivo deste trabalho é determinar a difusividade térmica utilizando um sinal periódico. A determinação desta difusividade é realizada a partir de um modelo matemático que utiliza ora a razão de amplitudes, ora as defasagens. Como o número de Biot para nossas condições experimentais é muito inferior a 0.1, a temperatura em cada seção transversal da amostra é uniforme e o processo de condução de calor unidimensional.

Considerando as propriedades térmicas constantes, tem-se que a equação que rege o fenômeno de condução é:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad -L_1 < x < L_2 \text{ e } t > 0 \quad (4)$$

onde T é a temperatura (K); x é a coordenada espacial (m); L_i ($i=1$ ou 2) é a espessura do cilindro (m) e t é o tempo (s).

A condição inicial é:

$$T(x, 0) = T_\infty \quad -L_1 < x < L_2 \quad (5)$$

onde T_∞ é a temperatura da fonte fria (K).

Sobre a parte superior da amostra, impomos um fluxo de calor periódico com uma dada frequência. Este fluxo periódico é idêntico à potência dissipada pelo aquecedor. Desta forma, temos como condição de fronteira em $x=-L_1$ (ver Fig. 1):

$$\lambda \frac{\partial T_1(-L_1, t)}{\partial x} = \varphi_0 + \varphi_0 \cos(\omega t) \quad (6)$$

onde φ_0 é o fluxo de calor (W/m^2) e $\omega=2\pi f$ (f é a frequência do sinal do térmico em Hz).

Na extremidade inferior da amostra, temos uma troca de calor com um fluido refrigerante cuja temperatura é constante. Assumiremos, então, que a condição de fronteira em $x=L_2$ é uma condição de temperatura imposta, ou seja:

$$T_2(L_2, t) = T_\infty \quad (7)$$

O modelo térmico é então dado pelas Eqs. (4), (5), (6) e (7). Fazendo $\theta(x, t) = T(x, t) - T_\infty$ temos:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (8)$$

$$\theta(x, 0) = 0 \quad (9)$$

$$-\lambda \frac{\partial \theta_1(-L_1, t)}{\partial x} = \varphi_0 + \varphi_0 \cos(\omega t) \quad (10)$$

$$\theta_2(L_2, t) = 0 \quad (11)$$

O campo de temperatura solução deste modelo é a soma de três campos térmicos: um permanente (T_p), um transitório (T_t) e um senoidal (T_s) (sem a componente contínua). Quando o tempo aumenta, a perturbação transiente ligada a condição inicial tende a zero conforme mostrado por Carslaw et Jaeger (1959) e o campo de temperatura é a soma de dois campos térmicos: um permanente e outro senoidal. A soma destes dois campos constitui o regime periódico estabelecido. A solução deste problema é apresentada em Filho (1998).

A solução que nos interessa é apenas a componente senoidal. Chamando de x_r a posição do ponto adotado como referência e de x uma posição qualquer, obtemos a seguinte relação para a temperatura senoidal nesses pontos:

$$\frac{T_s(x, t)}{T_{sr}(x_r, t)} = \frac{\sinh[M(x - L_2)]}{\sinh[M(x_r - L_2)]} \quad (12)$$

onde

$$M = \sqrt{\frac{\omega}{2a}}(1 + j) = m(1 + j) \quad (13)$$

Sendo $j = \sqrt{-1}$, M é um número complexo.

A razão de temperaturas, Eq. (12), tem uma amplitude, A (adimensional), e uma defasagem, Ψ (graus), dada por:

$$A(x, x_r) = \left[\frac{(f_R(x))^2 + (f_I(x))^2}{(f_R(x_r))^2 + (f_I(x_r))^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

$$\Psi(x, x_r) = \arctg\left[\frac{f_I(x_r)}{f_R(x_r)}\right] - \arctg\left[\frac{f_I(x)}{f_R(x)}\right] \quad (15)$$

onde

$$f_R(x) = -4 \cos[m(x - L_2)] \sinh[m(x - L_2)] \quad (16)$$

$$f_I(x) = -4 \sin[m(x - L_2)] \cosh[m(x - L_2)] \quad (17)$$

Uma simulação com as Eqs. (14) e (15) mostra que a razão de amplitudes diminui fortemente com o aumento da frequência térmica enquanto a defasagem aumenta.

4. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

4.1 Considerações sobre a determinação das amplitudes e fases dos sinais de temperaturas medidas por cada termopar e utilizadas no modelo

À partir das medidas das variações periódicas de temperaturas realizadas pelos termopares, vamos identificar o valor médio, a amplitude e a fase minimizando a função:

$$S(VM, A_T, \Psi_T) = \sum_{i=1}^{6000} (T_{exp} - T_{mod})^2 \quad (18)$$

onde VM , A_T , Ψ_T são respectivamente o valor médio, a amplitude e a fase de temperatura e, T_{exp} e T_{mod} ($T_{mod} = VM + A_T \cos(\omega t - \Psi_T)$) são respectivamente as temperaturas fornecidas pelos dados experimentais e pelo modelo. A identificação é realizada utilizando-se 30 períodos com 200 pontos de medida (6000 pontos no total) e utilizando-se um programa desenvolvido por Press e al. (1992), que usa o método de Levenberg-Marquard.

Como nos experimentos não conhecemos precisamente os desvios padrões, σ (K), de cada medida individual, eles serão supostos constantes. O valor dos desvios padrões é calculado de forma aproximada, como sugerido por Press e al. (1992) por:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-p} \sum_{i=1}^n (T_{exp} - \hat{T}_{mod})^2} \quad (19)$$

onde $p=3$ é o número de parâmetros a identificar e \hat{T}_{mod} é a temperatura calculada com os parâmetros identificados à partir da Eq. (18). Esta maneira de calcular o desvio padrão é aproximada e permitirá atribuir um erro aos parâmetros identificados.

4.2 Influência do ruído sobre a identificação da amplitude e fase dos sinais emitidos pelos termopares.

Afim de testar o programa de identificação, fizemos uma simulação com uma função senoidal a qual introduzimos, seja um ruído simulado em computador, seja um ruído fornecido pelos canais de medida da carta de aquisição. Este procedimento permitiu validar o programa e mostrar que o ruído introduzido não afetava de maneira importante os parâmetros identificados.

5. CÁLCULO DOS ERROS SOBRE A RAZÃO DAS AMPLITUDES E DEFASAGEM

Uma vez identificados o valor médio, a amplitude e fase de cada sinal, adotamos um termopar como referência e calculamos a razão entre amplitude num ponto qualquer e a

amplitude no ponto de referência e a diferença entre a fase neste mesmo ponto e no ponto de referência.

Os erros sobre a razão das amplitudes (representada pela função h) e a defasagem (representada pela função g) são calculados pelas expressões:

$$\Delta A = \left| \frac{\partial h}{\partial A_r} \right| \Delta A_r + \left| \frac{\partial h}{\partial A} \right| \Delta A \quad (20)$$

e

$$\Delta \Psi = \left| \frac{\partial g}{\partial \Psi_r} \right| \Delta \Psi_r + \left| \frac{\partial g}{\partial \Psi} \right| \Delta \Psi \quad (21)$$

onde ΔA_r , $\Delta \Psi_r$, ΔA e $\Delta \Psi$ são os erros na amplitude e defasagem do sinal de referência e na amplitude e defasagem do sinal num ponto qualquer. Estes erros são obtidos pelo programa de identificação para um intervalo de confiança de 99.9%, assumindo-se uma distribuição gaussiana.

6. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Os ensaios são realizados com uma amostra cilíndrica feita de cobre comercial com 42 mm de diâmetro e 100 mm de altura num vácuo de 3 Pa e sob uma pressão de contato entre o cilindro e o aquecedor de 4 MPa. Em cada ensaio foi usada uma frequência de excitação térmica diferente. As frequências utilizadas foram: 0.010 Hz, 0.015 Hz, 0.020 Hz, 0.0303 Hz, 0.040 Hz, 0.602 Hz, 0.079 Hz, 0.100 Hz, 0.167 Hz, 0.200 Hz e 0.250 Hz. Quando, numa dada frequência, o regime periódico é estabelecido, medimos a temperatura em 6000 instantes, ou seja, 30 períodos. Após identificar, à partir das medidas, o valor médio, a amplitude e a fase dos sinais emitidos por cada termopar, adotamos um ponto de referência e calculamos as razões de amplitude e as defasagens com relação a esta referência. Os resultados obtidos são mostrados nas Figs 3 e 4 para o primeiro termopar como referência.

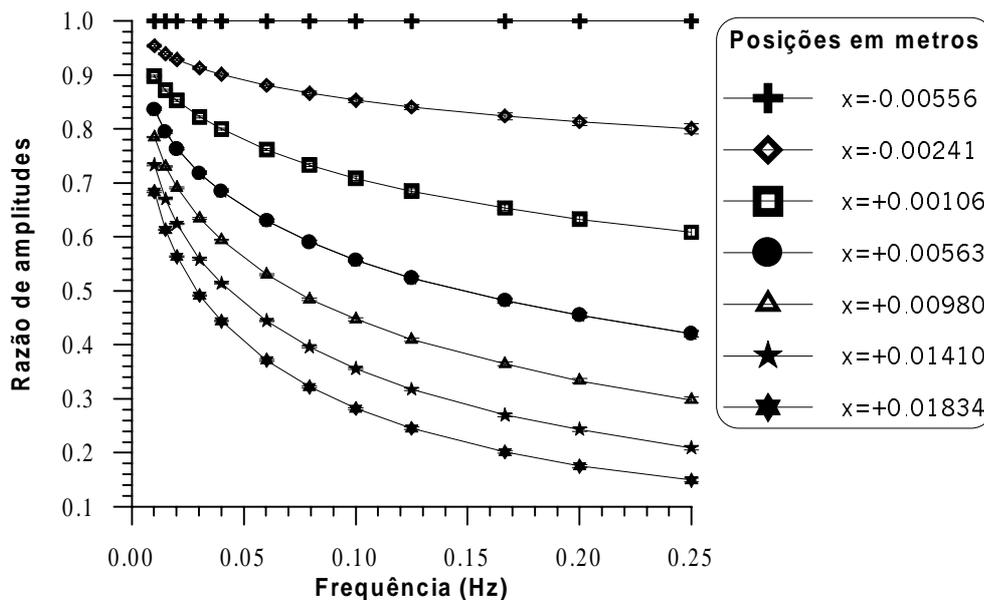


Figura 3. Razão de amplitudes para diversas posições dos termopares

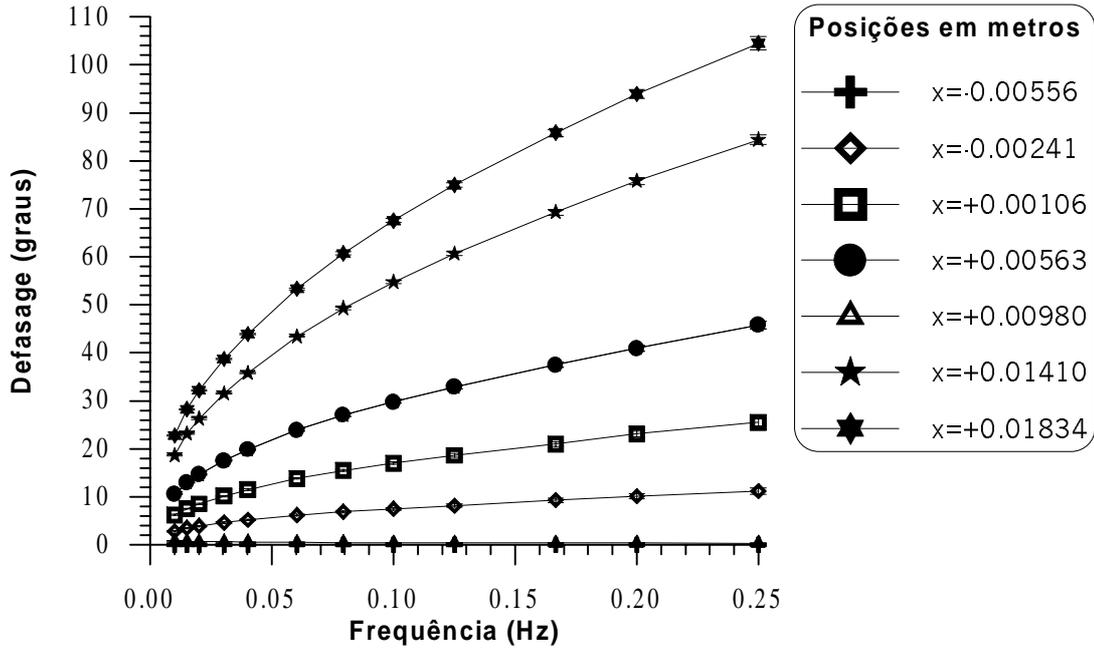


Figura 4. Defasagem do sinal térmico para diversas posições dos termopares

7. IDENTIFICAÇÃO DA DIFUSIVIDADE TÉRMICA

A partir dos resultados precedentes, identificamos a difusividade térmica, ora utilizando a razão de amplitudes, ora utilizando as defasagens com relação ao ponto de referência. Para identificar a difusividade, minimizamos a função:

$$S(a) = \sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{nt} \frac{(Y_{ji}^{exp} - Y_{ji}^{mod})^2}{\sigma_{ji}^2} \quad (22)$$

onde utilizamos todas as medidas, seja das razões de amplitudes, seja das defasagens. O primeiro somatório corresponde as diferentes frequências utilizadas, o segundo aos diferentes termopares (nt depende do termopar que tomamos como referência, $nt=6, 5$ ou 4). Nesta equação Y^{exp} é ora a razão de amplitudes, ora as defasagens experimentais e Y^{mod} é ora a razão de amplitudes, ora as defasagens fornecidas pelo modelo.

A minimização desta função acima conduz a:

$$a^{k+1} = a^k + \frac{\sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{nt} \frac{1}{\sigma_{ji}^2} [Y_{ji}^{exp} - Y_{ji}^{mod}] \frac{\partial Y_{ji}^{mod}(a^k)}{\partial a}}{\sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{nt} \frac{1}{\sigma_{ji}^2} \left[\frac{\partial Y_{ji}^{mod}(a^k)}{\partial a} \right]^2} \quad (23)$$

onde k é um índice que identifica a iteração. Esta equação é resolvida iterativamente pelo método de Gauss.

Os resultados são mostrados na Tabela 1.

Tabela 1

Referência	Difusividade estimada a partir da razão de amplitudes	Difusividade estimada a partir da defasagem
Termopar 1	$108 \times 10^{-6} \pm 1.68 \times 10^{-7} \text{ (m}^2/\text{s)}$	$122 \times 10^{-6} \pm 1.91 \times 10^{-7} \text{ (m}^2/\text{s)}$
Termopar 2	$106 \times 10^{-6} \pm 2.02 \times 10^{-7} \text{ (m}^2/\text{s)}$	$116 \times 10^{-6} \pm 2.19 \times 10^{-7} \text{ (m}^2/\text{s)}$
Termopar 3	$107 \times 10^{-6} \pm 2.71 \times 10^{-7} \text{ (m}^2/\text{s)}$	$113 \times 10^{-6} \pm 2.80 \times 10^{-7} \text{ (m}^2/\text{s)}$

Os resultados obtidos anteriormente mostram uma certa dispersão quando estimamos a difusividade térmica seja utilizando a razão de amplitudes, seja utilizando a defasagem. Podemos observar também, que o valor depende do termopar tomado como referência. Estas diferenças podem ser explicadas pelo fato de que os termopares que estão próximos do aquecedor sofrem influência de um campo de temperatura que não é unidimensional próximo do aquecedor em razão de suas características de construção. A medida que nos afastamos do aquecedor, verificamos uma tendência de aproximação dos resultados estimados.

A difusividade térmica do cobre foi também medida com o método flash e os resultados obtidos utilizando diferentes técnicas são mostrados na Tabela 2.

Tabela 2 - Resultados para o Cobre

	Parker et al, (1961)	Clark e Taylor	Tempos Parciais Degiovanni, (1977)	Logaritmo Takahashi, (1988)	Momentos temporais parciais
$a \times 10^6$	114,868	114,938	117,912	108,326	111,34
$\sigma \times 10^6$	2,164	3,707	3,370	4,4953	4,383

Quando comparamos a difusividade obtida com o sinal periódico com aquelas obtidas através de um termograma obtido pelo método flash, encontramos uma dispersão máxima de 15%, o que mostra que os resultados são bons dentro desta faixa de incerteza.

8. CONCLUSÃO

A técnica de medida da difusividade térmica utilizando um sinal periódico é muito simples e dá bons resultados quando comparado com outras técnicas. Com este método podemos identificar a difusividade térmica seja utilizando a razão de amplitudes, seja utilizando a defasagem do sinal térmico ou utilizando ambos simultaneamente. A grande quantidade de resultados que temos da difusividade térmica variando apenas o termopar de referência, permite ter informações sobre o erro cometido na medição. Por exemplo, se tirarmos uma média dos seis valores obtidos na Tabela 1, obteremos uma difusividade de $112 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ com um desvio padrão de $6.2 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

Agradecimentos

Meus sinceros agradecimentos vão para o CNPq e o Departamento de Engenharia Mecânica do Centro de Ciências e Tecnologia da UFPb pelo apoio durante os meus estudos de doutorado onde tive a oportunidade de realizar este trabalho.

REFERÊNCIAS

- Carslaw, W. S. and Jaeger, J. C. Conduction of Heat in Solids. 2nd Edition. Oxford: Clarendon Press, 1959. 509 p.
- Parker, W. J., Jenkins, R. J., Butler, C. P. and Abbot, G. L., 1961, Flash method of determining thermal diffusivity, heat capacity and thermal conductivity, Journal of Applied Physics, Vol. 32, N° 9, pp. 1679-1684.
- Degiovanni, A. and Laurent, M., 1986, Une nouvelle technique d'identification de la diffusivité thermique, Revue de Physique Appliquée, Vol. 21, pp. 229-237.
- Filho, C. R. B. Etude des resistances thermiques de contact en regimes periodique. Thèse de Doctorat : Institut National des Sciences Appliqués de Lyon, 1998, 214 p.
- Takahashi, Y., Yamamoto, K., Ohsato, T. and Terai, T., 1988, "Usefulness of Logarithmic Method in Laser-Flash Technique for Thermal Diffusivity Measurement", Proceedings of the 9th Japanese Symposium on Thermophysical Properties, pp. 175-178.
- Clark III, L. M. and Taylor, R. E., 1975, "Radiation Loss in the Flash Method for thermal Diffusivity", Journal of Applied Physics, Vol. 46, N° 2, pp. 714-718.
- Press, H. N., Teukolsky, S.A., Vetterling, W. T. and Flannery, B. P. Numerical Recipes in Fortran. Second Edition. Cambridge: Cambridge University Press, 1992, 934 p.

DETERMINATION OF THERMAL DIFFUSIVITY WITH A PERIODIC SIGNAL

Resume. *The knowledge of the thermal properties of the materials used in engineering is very important for several sectors. One of the thermophysical properties needed is the thermal diffusivity. A technique developed by Angstrom, which applies a periodical signal is showed in this paper. In this case, a periodical signal of high frequency (between 0.01 Hz e 0.25 Hz) is used to determine the thermal diffusivity. To determine this property an experimental apparatus is made to measure the amplitudes and phases of the signals delivered by the thermocouples installed at different positions of the sample. A point of reference is adopted and the ratios of amplitudes and dephasage are calculated. The results are used to identify the thermal diffusivity in the mathematical model and compared with the results of the diffusivity measured with the flash method. The comparison presents a good agreement.*

Keywords: *Difusivity, Thermophysical Properties, Periodical Regime*